

matemáticas para
divertirse



MARTIN GARDNER

Jugar con números, figuras e ideas puede llegar a ser la mejor manera de empezar a conocer la matemática y, más en general, de mejorar nuestra capacidad de pensar con lógica y creatividad. Al seleccionar los desafíos que componen este libro, Martin Gardner ha buscado propuestas que fueran inusuales y divertidas, que sólo requirieran del lector el más elemental conocimiento, pero que al mismo tiempo proporcionaran una mirada estimulante a los niveles más fecundos del pensamiento matemático.

Con un lenguaje liviano y preciso se introducen aquí temas aritméticos, cuestiones monetarias, problemas topológicos, acertijos con juegos de estrategia, desafíos del cálculo de probabilidades, etc.

Cada sección arranca con un breve comentario que explica la naturaleza y la importancia de la matemática necesaria para resolver cada acertijo. Todos los acertijos son, luego de propuestos, resueltos en detalle. El libro puede servir así para una exploración individual, o como guía para maestros y profesores ante un grupo de estudiantes.

Introducción

Al seleccionar el material de esta colección, he hecho todo lo posible por encontrar acertijos que fueran inusuales y divertidos, que sólo requirieran el más elemental conocimiento de matemática, pero que al mismo tiempo proporcionaran una mirada estimulante a los niveles más altos del pensamiento matemático.

Los acertijos (muchos de los cuales aparecieron en mi columna «On the Light Side» —«Del lado liviano»— de *Science World*) están agrupados por secciones que se ocupan de diferentes áreas de la matemática. Un breve comentario al principio de cada sección sugiere algo acerca de la naturaleza y la importancia de la clase de matemática que debe utilizarse para resolver los acertijos de cada sección. En las respuestas, he tratado de incluir tantos detalles como permitiera el espacio para explicar cómo se resuelve cada problema, y señalar algunos de los invitantes senderos que se alejan de los problemas en cuestión hacia áreas más intrincadas de la jungla matemática.

Tal vez al jugar con estos acertijos descubras que la matemática es más divertida de lo que creías. Tal vez te hagan desear estudiar la asignatura en serio, o sientas menos vacilaciones para abocarte al estudio de una ciencia para la que se requiera cierto conocimiento de matemática avanzada.

Por cierto, nadie puede dudar hoy del enorme valor práctico de la matemática. Sin su utilización, los descubrimientos y los logros de la ciencia moderna hubieran sido imposibles. Pero muchas personas no advierten que los matemáticos verdaderamente *disfrutan* de la matemática.

Les doy mi palabra de que da tanta satisfacción resolver un problema interesante por medio del pensamiento como voltear las diez clavas de madera con una sola bola de bowling.

En una de las más divertidas fantasías de L. Frank Baum, *La Ciudad Esmeralda de Oz*, Dorothy (junto con el Mago y su tío y su tía) visita la ciudad de Fuddlecumjig en el sector Quadling de Oz. Sus notables habitantes, los Fuddles, están hechos de pedazos de madera pintada ingeniosamente encastrados como rompecabezas tridimensionales. En cuanto un extranjero se les acerca, se desarman hasta formar una pila de piezas separadas en el piso, para que el visitante tenga el placer de volver a armarlos. Cuando el grupo de Dorothy está saliendo de la ciudad, la tía Em comenta:

«Ésa es realmente gente extraña, pero de veras que no me doy cuenta de para qué sirven».

«Bueno, nos divertieron durante varias horas», replica el Mago. «Estoy seguro de que eso nos fue útil».

«Creo que son más divertidos que jugar al solitario o al ta-te-tí», agrega el tío Henry. «Por mi parte, me alegra que los hayamos visitado».

Espero que puedan resistir la tentación de mirar la respuesta antes de haber intentado con toda seriedad resolver el problema. Y espero que cuando terminen con estos acertijos, estén contentos, igual que el tío Henry, de haber permitido que los confundieran.

Martin Gardner

PRIMERA PARTE

ACERTIJOS ARITMÉTICOS

Acertijos aritméticos

Los números que se usan para contar (1, 2, 3, 4, ...) se llaman *enteros*. La aritmética es el estudio de los enteros con respecto a lo que se conoce como las *cuatro operaciones fundamentales de la aritmética*: adición, sustracción, multiplicación y división. (La Falsa Tortuga de Lewis Carroll, como recordarán, las llamaba Ambición, Distracción, Horripilación y Deprecación). La aritmética también incluye las operaciones de elevar un número a una *potencia más alta* (multiplicándolo por sí mismo cierto número de veces), y de extraer una raíz (descubrir un número que, si se lo multiplica por sí mismo cierto número de veces, igualará un número determinado).

No hace falta decir que jamás aprenderás álgebra ni ninguna rama más elevada de la matemática si no sabes muy bien aritmética. Pero aun cuando nunca aprendas álgebra, verás que la aritmética es esencial para cualquier profesión que se te ocurra. Una camarera tiene que sumar una cuenta, un agricultor debe calcular los beneficios de su cosecha. Hasta un lustrabotas debe saber dar el vuelto correctamente, y eso es pura aritmética. Es tan importante para la vida diaria como saber atarse los cordones de los zapatos.

Los acertijos de esta sección y de las dos que siguen no requieren otra habilidad que no sea la más simple aritmética y pensar claramente en lo que estás haciendo.

Acertijos aritméticos

LOS ZOQUETES DE COLORES

Hay diez zoquetes rojos y diez zoquetes azules mezclados en el cajón del armario. Los veinte zoquetes son exactamente iguales, salvo por el color. El cuarto está absolutamente a oscuras y tú quieres dos zoquetes del mismo color. ¿Cuál es el menor número de zoquetes que debes sacar del cajón para estar seguro de que tienes un par del mismo color?

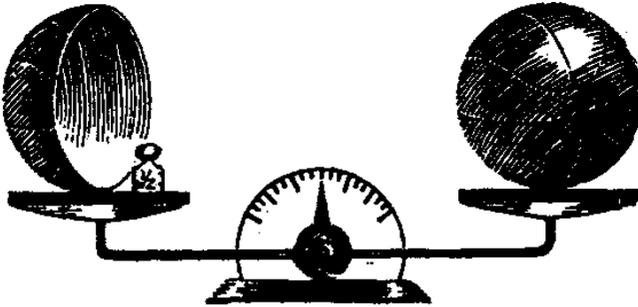
SOLUCIÓN

Mucha gente, al tratar de resolver este acertijo, se dice: «Supongamos que el primer zóquete que saco es rojo. Necesito otro rojo para hacer el par, pero el próximo puede ser azul, y el próximo, y el próximo, y así hasta sacar del cajón los diez zóquetes azules. El siguiente zóquete tiene que ser rojo, así que la respuesta debe ser doce zóquetes».

Pero este razonamiento pasa algo por alto. No es necesario que el par sea de zóquetes rojos. Sólo es necesario que los dos zóquetes sean de *igual color*. Si los dos primeros no son iguales, es seguro que el tercero será igual a uno de los otros dos, de modo que la respuesta correcta es tres zóquetes.

PROBLEMA DE PESO

Si una pelota de basket pesa $1/2$ kilo más la mitad de su propio peso, ¿cuánto pesa?



SOLUCIÓN

Antes de responder a este acertijo, es necesario saber exactamente qué significa cada palabra. Por ejemplo, se podría enfocar de esta manera: «La pelota de basket pesa $1/2$ kilo. La mitad de su peso debe ser $1/4$ de kilo. Sumamos estos valores y obtenemos la respuesta de $1/2 + 1/4 = 3/4$ de kilo».

Pero el problema consiste en descubrir el peso de la pelota, y si resulta ser de tres cuartos, entonces no puede ser de medio kilo como se afirma al principio. Resulta claro que hay una contradicción en este punto, así que debemos haber interpretado mal la pregunta.

Hay solamente una interpretación que tiene sentido. El peso de la pelota de basket es igual a la suma de los dos valores: $1/2$ kilo y un valor desconocido que es la mitad del peso de la pelota de basket. Esto puede representarse en una balanza de platillos tal como se ve en la ilustración.

Si se retira media pelota de basket de cada platillo de la balanza, ésta seguirá en equilibrio. Habrá un peso de $1/2$ kilo en un platillo y media pelota de basket en el otro, de modo que media pelota de basket debe pesar $1/2$ kilo y la pelota entera debe pesar el doble, o sea un kilo.

En realidad, sin saberlo, ¡hemos resuelto el problema por medio del álgebra! En vez de usar la ilustración, representemos media pelota de basket con la letra x . Y en vez de mostrar los dos platillos en equilibrio en una balanza, utilicemos el signo algebraico de igualdad. Ahora podemos escribir esta simple ecuación:

$$1/2 + x = x + x$$

Si se quita la misma cantidad de ambos lados de esta ecuación, seguirá «equilibrada». Así, si quitamos una x de cada lado, nos queda:

$$1/2 = x$$

Recordemos que x representaba la mitad de la pelota de basket. Si media pelota pesa $1/2$ kilo, entonces la pelota entera debe pesar un kilo.

LA BARRA DE PLATA

Un buscador de plata no podía pagar su alquiler de *marzo* por adelantado. Tenía una barra de plata pura de 31 centímetros de largo, de modo que hizo con su casera el siguiente arreglo: Le dijo que cortaría la barra en pedazos más pequeños. El primer día de marzo le daría a la casera un centímetro de la barra, y cada día subsiguiente le agregaría otro centímetro más. Ella conservaría la plata en prenda. A fin de mes, el buscador esperaba estar en condiciones de pagarle la renta completa, y ella le devolvería los pedazos de la barra de plata.



Marzo tiene 31 días, de modo que una manera de cortar la plata era dividirla en 31 partes, cada una de un centímetro de largo. Pero como era bastante laborioso cortarla, el buscador deseaba cumplir el acuerdo dividiéndola en el menor número posible de partes. Por ejemplo, podía darle a la casera un centímetro el primer día, otro centímetro el segundo día, y el tercer día podía entregarle una parte de tres centímetros y recibir a cambio las dos partes anteriores de un centímetro.

Suponiendo que las porciones de barra fueran entregadas y devueltas de esta manera, ve si puedes determinar el

menor número posible de partes en las que el buscador debe dividir su barra de plata.

SOLUCIÓN

El buscador puede cumplir el trato cortando su barra de plata de 31 cms. en cinco partes de 1, 2, 4, 8 y 16 cms. de longitud. El primer día le da a la casera el pedazo de 1 cm., el día siguiente ella se lo devuelve y él da el pedazo de 2 cms.; el tercer día él vuelve a darle el pedazo de 1 cm., el cuarto día ella le devuelve ambas piezas y él le da el pedazo de barra de plata de 4 cms. Al dar y devolver de esta manera, el buscador puede agregar un centímetro por día y cubrir así los 31 días del mes.

La solución de este problema puede expresarse muy simplemente en el sistema *binario* de la aritmética. Es un método para expresar números enteros utilizando solamente los dígitos 1 y 0. Recientemente se ha convertido en un sistema importante porque la mayoría de las computadoras electrónicas gigantes operan sobre una base binaria. Así es como se escribiría el número 27, por ejemplo, si usamos el sistema binario:

11011

¿Cómo sabemos que éste es el 27? La manera de traducirlo a nuestro sistema decimal es la siguiente: sobre el dígito de la derecha del número binario, escribimos «1». Sobre el dígito siguiente, hacia la izquierda, escribimos «2»; sobre el tercer dígito hacia la izquierda escribimos «4»; sobre el dígito siguiente, «8», y sobre el último dígito de la izquierda, «16». (Ver la ilustración). Estos valores forman la

serie 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... en la que cada número es el doble del que lo precede.

16	8	4	2	1
1	1	0	1	1

El paso siguiente consiste en sumar todos los valores que estén sobre los «1» del número binario. En este caso, los valores son 1, 2, 8, 16 (4 no se incluye porque está sobre un 0). Sumados dan 27, de modo que el número binario 11011 es igual al 27 de nuestro sistema numérico.

Cualquier número de 1 a 31 puede expresarse de esta manera con un número binario de no más de cinco dígitos. Exactamente de la misma manera, puede formarse cualquier número de centímetros de plata, de 1 a 31, con cinco pedazos de plata si las longitudes de esas cinco piezas son de 1, 2, 4, 8 y 16 centímetros.

La tabla siguiente consigna los números binarios para cada día de marzo. Advertirás que para el 27 de marzo el número es 11011. Esto nos dice que los 27 cms. de plata de la casera estarán formados por las piezas de 1, 2, 8 y 16 cms. Elige un día al azar y advierte con cuánta rapidez puedes calcular exactamente cuáles piezas de plata sumadas dan la cantidad que corresponde al número de días.