¿Es DIOS un MATEMÁTICO?

Por el autor de
LA PROPORCIÓN ÁUREA

Mario Livio

¿Son las matemáticas una creación humana? ¿O lo que aparece a través de ellas es el intrincado diseño del universo, que poco a poco vamos descubriendo? Desde la Antigüedad hasta el presente, científicos y filósofos se han maravillado de que una disciplina tan abstracta pudiera explicar de manera tan perfecta el mundo natural.

Mario Livio explora brillantemente las ideas matemáticas desde Pitágoras hasta el siglo XXI y nos muestra cómo las más enigmáticas preguntas y las más ingeniosas respuestas nos han llevado a entender mejor el mundo que nos rodea. Este fascinante libro interesará a cualquier persona que sienta curiosidad por la mente humana y la ciencia.

A Sofie

Prefacio

Cuando uno trabaja en cosmología (el estudio del cosmos en su conjunto), el pan nuestro de cada día es recibir semanalmente alguna carta, correo electrónico o fax de una persona (que suele ser invariablemente hombre) que pretende describirte su visión del universo. El mayor error que se puede cometer es responder educadamente que te gustaría saber algo más acerca de ello. El resultado inmediato es un aluvión de mensajes. ¿Hay alguna forma de impedir este asalto? Según mi experiencia, una táctica que funciona de forma bastante eficaz (aparte de la descortesía de no responder en absoluto) es señalar la siguiente realidad: que, mientras la teoría no esté formulada con precisión en el lenguaje de la matemática, no es posible evaluar su relevancia. Esta respuesta basta para disuadir a casi todos los cosmólogos aficionados. El hecho es que, sin la matemática, los cosmólogos modernos no podrían haber dado siquiera el primer paso en su intento de comprensión de las leyes de la naturaleza. La matemática proporciona unos sólidos cimientos que sostienen cualquier teoría del universo. Esto puede parecer trivial hasta que uno toma conciencia de que la propia naturaleza de la matemática no está del todo clara. En palabras del filósofo británico Michael Dummett (1925-2011): «Las dos disciplinas intelectuales más abstractas, la filosofía y la matemática, provocan la misma perplejidad: ¿cuál es su objeto? Esta perplejidad no surge únicamente de la ignorancia: los mismos profesionales de estas materias tienen dificultades para dar respuesta a esa pregunta».

Mi humilde propósito en este libro es aclarar algunos de los aspectos de la esencia de la matemática y, sobre todo, la naturaleza de la relación entre la matemática y el mundo tal como lo observamos. No es mi intención elaborar una historia exhaustiva de la matemática, sino más bien seguir cronológicamente la evolución de algunos conceptos que influyen directamente en la comprensión del rol de la matemática en nuestra noción del cosmos.

Muchas son las personas que han contribuido, directa o indirectamente y a lo largo de mucho tiempo, a dar forma a las ideas que se presentan en este libro. Querría dar las gracias a Michael Atiyah, Gia Dvali, Freeman Dyson, Hillel Gauchman, David Gross, Roger Penrose, Martin Rees, Raman Sundrum, Max Tegmark, Steven Weinberg y Stephen Wolfram por sus amables comentarios. Estoy en deuda con Dorothy Morgenstern-Thomas por permitirme utilizar el texto completo del relato de Oscar Morgenstern sobre las experiencias de Kurt Gödel con el Servicio de Inmigración y Naturalización (INS). Agradezco también a William Christens-Barry, Keith Knox, Roger Easton y en particular a Will Noel su gentileza al explicarme sus esfuerzos en la operación de descifrar el palimpsesto de Arquímedes. Un agradecimiento especial para Laura Garbolino por proporcionarme materiales esenciales y archivos singulares acerca de la historia de la matemática. También quiero dar las gracias a los departamentos de Colecciones Especiales de la Universidad fohns Hopkins, la Universidad de Chicago y de la Bibliothèque Nationale de Francia en París, por ayudarme a localizar algunos manuscritos excepcionales.

Estoy en deuda con Stefano Casertano por su ayuda con ciertas complicadas traducciones del latín, y con Elizabeth Fraser y Jill Lagerstrom por su inapreciable asistencia bibliográfica y lingüística (siempre con una sonrisa).

Un agradecimiento especial va también para Sharon Toolan por su apoyo profesional en la preparación para la imprenta, y para Ann Feild y Krista Wildt por dibujar algunas de las figuras.

Todo autor debería considerarse afortunado por recibir de su pareja un apoyo y paciencia continuos, como el que yo he recibido de mi mujer, Sofie, durante el largo período de elaboración de este libro.

Por último, quisiera dar las gracias a mi agente, Susan Rabiner, sin cuyos ánimos esta obra no hubiese visto jamás la luz. Estoy también en deuda con mi editor, Bob Bender, por su cuidadosa lectura del manuscrito y sus perspicaces comentarios, con Johanna Li por su inestimable ayuda en la producción del libro, con Loretta Denner por sus correcciones, con Victoria Meyer por su labor de promoción y con todo el equipo de producción y marketing de Simon & Schuster por su esfuerzo.

1

Un misterio

Hace unos años, durante una charla que daba en la Universidad de Cornell, una de mis diapositivas de PowerPoint, decía: «¿Es Dios un matemático?». Nada más aparecer, uno de los estudiantes de las primeras filas exclamó: «¡Por Dios, espero que no!».

Mi pregunta retórica no era un intento filosófico de definir «Dios» a mi público, ni una confabulación para intimidar a los matemafóbicos. En realidad sólo estaba presentando un misterio que ha tenido en vilo a las mentes más originales durante siglos: la aparente omnipresencia y omnipotencia de la matemática. Este tipo de características suelen asociarse con los entes divinos. Como decía el físico británico James Jeans[1] (1877-1946): «El universo parece haber sido diseñado por un matemático puro». La matemática parece ser excepcionalmente eficaz para describir y explicar, no sólo el Cosmos en su conjunto, sino incluso algunas de las iniciativas más caóticas del hombre.

Ya se trate de físicos que intentan formular teorías sobre el universo, analistas de bolsa que se devanan los sesos para predecir cuándo volverá a caer el mercado, neurobiólogos que construyen modelos de las funciones cerebrales o estadísticos militares que optimizan la asignación de recursos, todos ellos utilizan la matemática. Es más, incluso cuando aplican formalismos desarrollados en ramas distintas de la matemática, todos hacen referencia a la misma matemática, global y coherente. ¿Qué es lo que otorga a la matemática tan extraordinario poder? O, como Einstein se preguntaba:[2] «¿Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano *independiente de la experiencia* se ajuste de modo tan perfecto a los objetos de la realidad física?». (La cursiva es mía).

Esta sensación de extrema perplejidad no es nueva. Algunos filósofos de la antigua Grecia, especialmente Pitágoras y Platón, quedaron sobrecogidos por la aparente capacidad de la matemática para dar forma y guía al universo y al mismo tiempo existir, al parecer, más allá de la capacidad humana de alterarlo, dirigirlo e influir sobre él. El filósofo político inglés Thomas Hobbes (1588-1679) no pudo tampoco ocultar la admiración que sentía. En *Leviatán*, la impresionante exposición de Hobbes sobre los fundamentos de la sociedad y del gobierno, señaló a la geometría como paradigma[3] de la argumentación racional:

> Si advertimos, pues, que la verdad consiste en la correcta ordenación de los nombres en nuestras afirmaciones, un hombre que busca la verdad precisa tiene necesidad de recordar lo que significa cada uno de los nombres usados por él, y colocarlos adecuadamente; de lo contrario, se encontrará él mismo envuelto en palabras, como un pájaro en el lazo; y cuanto más se debata tanto más apurado se verá. Por esto en la Geometría (única ciencia que Dios se complació en comunicar al género humano) comienzan los hombres por establecer el significado de sus palabras; esta fijación de significados se denomina definición, y se coloca en el comienzo de todas sus investigaciones.

Milenios de admirables investigaciones matemáticas y eruditas especulaciones filosóficas apenas han servido para desentrañar el enigma del poder de la matemática. De hecho, la magnitud del misterio incluso ha crecido. El célebre físico matemático de Oxford Roger Penrose, por ejemplo, percibe en la actualidad no un simple misterio, sino tres. Penrose identifica tres «mundos» distintos:[4] el *mundo de nuestra percepción consciente*, el *mundo físico* y el *mundo platónico de las formas matemáticas*. El primero de los mundos alberga nuestras imágenes mentales: cómo percibimos los rostros de nuestros hijos, cómo disfrutamos de una espléndida puesta de sol o cómo reaccionamos a las terroríficas imágenes de la guerra. Es también el mundo que contiene el amor, los celos y los prejuicios, así como nuestra percepción de la música, de los olores de la comida o del miedo. El segundo mundo es aquel al que solemos llamar realidad física. En él residen las flores, los dinosaurios, las nubes blancas y los aviones de reacción, y también las galaxias, los planetas, los átomos, los corazones de los babuinos y los cerebros humanos. El mundo platónico de las formas matemáticas, que para Penrose posee una calidad real comparable a los mundos físico y mental, es la patria de la matemática. En él podrá encontrar los números naturales 1, 2, 3, 4… las formas y teoremas de la geometría de Euclides, las leyes del movimiento de Newton, la teoría de cuerdas, la teoría de catástrofes y los modelos matemáticos del comportamiento del mercado de valores. Y ahora vienen, según Penrose, los tres misterios. En primer lugar, el mundo de la realidad física parece obedecer leyes que en realidad residen en el mundo de las formas matemáticas. Este era el enigma que dejaba perplejo a Einstein e igualmente atónito al premio Nobel Eugene Wigner[5] (1902-1995):

> El milagro de la articulación entre el lenguaje, la matemática y la formulación de las leyes de la física es un obsequio maravilloso que no comprendemos ni merecemos. Deberíamos estar agradecidos por ello y esperar que siga siendo válido en ulteriores investigaciones y que se extienda, para bien o para

mal, para nuestro placer o incluso para nuestro desconcierto, a otras ramas del conocimiento.

En segundo lugar, las propias mentes que perciben —el reino de nuestra percepción consciente— se las han arreglado para surgir del mundo físico. Literalmente, ¿cómo ha podido la *mente* nacer de la *materia*? ¿Seremos algún día capaces de formular una teoría del funcionamiento de la conciencia que sea tan coherente y convincente como, por ejemplo, la actual teoría del electromagnetismo? Finalmente, el círculo se cierra misteriosamente. Por medio de algún milagro, esas mismas mentes han sido capaces de acceder al mundo matemático al descubrir, o crear, y dar articulación a un capital de formas y conceptos matemáticos.

Penrose no ofrece explicación alguna a ninguno de los tres «misterios», sino que concluye, de forma lacónica: «No cabe duda de que en realidad no hay tres mundos sino *uno solo*, cuya verdadera naturaleza actualmente somos incapaces siquiera de entrever». Es un reconocimiento mucho más humilde que la respuesta del profesor de la obra *Forty Years On*, del autor inglés Alan Bennett, a una pregunta similar:

Foster: La trinidad sigue pareciéndome confusa, señor.

Profesor: Tres en uno, uno en tres; está meridianamente claro. Si tienes alguna duda, consulta con tu profesor de matemáticas.

El enigma es aún más intrincado de lo que he sugerido hasta ahora. En realidad, el éxito de la matemática en dar explicación al mundo que nos rodea (un éxito al que Wigner denominaba «la irrazonable eficacia de la matemática») tiene dos caras, cada una más asombrosa que la otra. En primer lugar tenemos el aspecto, digamos, «activo». Cuando los físicos deambulan por el laberinto de la naturaleza, utilizan la matemática para iluminar su camino: las herramientas que emplean y desarrollan, los modelos que construyen y las explicaciones que conjuran son de naturaleza matemática. Aparentemente, esto es un milagro por sí mismo. Newton observó la caída de una manzana, la luna y las mareas en las playas (aunque de esto último no estoy muy seguro), y no ecuaciones matemáticas. Sin embargo, de algún modo fue capaz de extraer de estos fenómenos naturales una serie de leyes matemáticas de la naturaleza claras, concisas y de increíble precisión. De igual modo, James Clerk Maxwell (1831-1879) amplió el campo de la física clásica para incluir *la totalidad* de los fenómenos eléctricos y magnéticos conocidos en la década de 1860, y lo hizo con tan sólo *cuatro ecuaciones matemáticas*. Reflexionen un momento sobre ello. La explicación de una serie de resultados experimentales sobre luz y electromagnetismo, cuya descripción había ocupado volúmenes enteros, se redujo a cuatro sucintas ecuaciones. La *relatividad general* de Einstein es aún más extraordinaria: se trata de un ejemplo perfecto de teoría matemática coherente y de fantástica precisión que describe algo tan fundamental como la estructura del espacio y del tiempo.

Pero también hay un aspecto «pasivo» de la misteriosa eficacia de la matemática, tan sorprendente que, a su lado, el aspecto «activo» palidece en comparación. ¡Los conceptos y las relaciones que los matemáticos exploran únicamente por razones «puras» (*sin pensar en absoluto en su aplicación*) décadas (e incluso siglos) después acaban siendo las inesperadas soluciones de problemas firmemente enraizados en la realidad física! ¿Cómo es posible? Tomemos, por ejemplo, el divertido caso del excéntrico matemático británico Godfrey Harold Hardy (1877-1947). Hardy estaba tan orgulloso de que su trabajo consistiese exclusivamente en matemática pura que solía declarar con energía: [6] «Ninguno de mis descubrimientos ha supuesto, o es probable que suponga, de forma directa o indirecta, para bien o para mal, diferencia alguna en el funcionamiento del mundo». Lo han adivinado: se equivocaba. Uno de sus trabajos, redivivo[7] en forma de ley de Hardy-Weinberg (así llamada por Hardy y el médico alemán Wilhelm Weinberg [1862-1937]), es un principio fundamental que los genetistas utilizan en el estudio de la evolución de las poblaciones. En términos sencillos, la ley de Hardy-Weinberg afirma que, si una gran población se aparea de forma totalmente aleatoria (y no sufre los efectos de mutaciones, migraciones o selecciones), la constitución genética permanece constante de una generación a la siguiente.

Incluso el aparentemente abstracto trabajo de Hardy en *teoría de números* —el estudio de las propiedades de los números naturales— ha hallado aplicaciones inesperadas. En 1973, el matemático británico Clifford Cocks[8] empeló la teoría de números para crear un avance decisivo en criptografía: el desarrollo de los códigos. El descubrimiento de Cocks convirtió en obsoleta otra de las afirmaciones de Hardy. En su famoso libro *A Mathematician's Apology*, editado en 1940, Hardy declaraba: «Nadie ha descubierto aún ninguna finalidad bélica para la teoría de números». Está claro que Hardy se equivocaba de nuevo. Los códigos se han convertido en algo absolutamente esencial para las comunicaciones militares. Así, incluso Hardy, uno de los más feroces críticos de la matemática aplicada, acabó desarrollando sin querer (y probablemente protestando a gritos, si hubiese estado vivo) teorías matemáticas útiles.

Pero esto no es más que la punta del iceberg. Kepler y Newton descubrieron que los planetas de nuestro sistema solar siguen órbitas en forma de elipse, las mismas curvas que, dos mil años antes, estudió el matemático griego Menechmo (fl. ca. 350 a. C.). Las nuevas geometrías sugeridas por Georg Friedrich Riemann (1826-1866) en una conferencia clásica en 1854 resultaron ser exactamente las herramientas que Einstein necesitaba para explicar el tejido del cosmos. Un «lenguaje» matemático (la llamada *teoría de grupos*) que desarrolló el joven genio Evariste Galois (1811-1832) con el único objetivo de determinar la solubilidad de las ecuaciones algebraicas se ha convertido en nuestros días en el idioma que los físicos, ingenieros, lingüistas e incluso antropólogos utilizan para describir las simetrías del mundo.[9] Es más, en cierto modo, el concepto de patrón de simetría matemático ha revolucionado el mismo proceso de la ciencia.

Durante siglos, el camino para comprender el funcionamiento del cosmos empezaba por un conjunto de hechos experimentales u observables a partir de los cuales, por ensayo y error, los científicos intentaban formular leyes generales de la naturaleza. Se trataba de empezar por observaciones locales y, a partir de ellas, armar el rompecabezas pieza a pieza. En el siglo XX, al descubrir que en la estructura del mundo subatómico subyacen esquemas matemáticos bien definidos, los físicos modernos empezaron a actuar justamente *al revés*. Empiezan por los principios matemáticos de simetría, exigen que las leyes de la naturaleza y, por supuesto, los bloques básicos que constituyen la materia sigan determinados patrones y, a partir de estos requisitos, deducen las leyes generales. ¿Cómo sabe la naturaleza que debe obedecer a estas simetrías matemáticas abstractas?

En 1975 Mitch Feigenbaum, un joven físico matemático del Laboratorio Nacional de Los Alamos, jugaba con su calculadora de bolsillo HP-65 examinando el comportamiento de una ecuación sencilla. Se dio cuenta de que una serie de números[10] que aparecía en los cálculos se acercaba cada vez más a un número determinado: 4,669… Al examinar otras ecuaciones, para su asombro, vio que el mismo curioso número volvía a aparecer. Feigenbaum llegó a la conclusión de que su descubrimiento representaba al *universal*, que en cierto modo marcaba la transición entre orden y caos, a pesar de que no sabía explicar por qué. Como es lógico, al principio los físicos se lo tomaron con escepticismo. Después de todo, ¿por qué iba un mismo número a caracterizar el comportamiento de sistemas que, en principio, parecían completamente distintos? Tras seis meses de evaluación profesional, el primer artículo de Feigenbaum sobre el particular fue rechazado. Sin embargo, poco después, los resultados experimentales mostraron que, al calentar helio líquido desde debajo, su comportamiento era exactamente el predicho por la solución universal de Feigenbaum. Y no se trataba del único sistema en comportarse así. El sorprendente número de Feigenbaum aparecía en la transición del flujo ordenado de un fluido al flujo turbulento, e incluso en el comportamiento del agua que gotea en un grifo.

La lista de «previsiones» similares hechas por matemáticos de las necesidades de diversas disciplinas en generaciones posteriores es inagotable. Uno de los ejemplos más insólitos de la misteriosa e inesperada interacción entre la matemática y el mundo real (físico) lo ofrece la historia de la *teoría de nudos*, el estudio matemático de los nudos. Un nudo matemático se parece a un nudo normal en una cuerda, pero con los extremos de la cuerda empalmados. Es decir, un nudo matemático es una curva cerrada sin cabos sueltos. Curiosamente, el impulso inicial de la teoría de nudos matemáticos procede de un modelo incorrecto del átomo que se desarrolló en el siglo XIX. Cuando se abandonó ese modelo —tan solo dos décadas después de su creación—, la teoría de nudos siguió evolucionando como una recóndita rama de la matemática pura. Increíblemente, esta abstracta empresa encontró de pronto numerosas aplicaciones modernas en cuestiones que van desde la estructura molecular del ADN a la *teoría de cuerdas* (el intento de unificar el mundo subatómico con la gravedad). Volveré a hablar de esta notable historia en el capítulo 8, ya que su circularidad es quizá la mejor prueba del modo en que una rama de la matemática puede surgir del intento de explicar la realidad física, y cómo esta rama deambula en el reino abs-