



Historia de las matemáticas

E. T. BELL



ERIC TEMPLE BELL

(Peterhead, Escocia, 1883-Watsonville, California, 1960) emigró a los Estados Unidos a los 19 años. Estudió en la Universidad de Stanford y se doctoró en la Universidad de Columbia. Además de su contribución a las matemáticas en el campo de la teoría de números, es reconocido como historiador de esta materia. En 1924 fue galardonado con el Bôcher Memorial Prize otorgado por la American Mathematical Society.

SECCIÓN DE OBRAS DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

E. T. BELL

HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

Traducción de
R. ORTIZ



FONDO DE CULTURA ECONÓMICA

Primera edición en inglés, 1940
Segunda edición en inglés, 1945
Primera edición en español, 1949
Segunda edición en español, 1985
Undécima reimpresión, 2012
Primera edición electrónica, 2016

Título original: *The Development of Mathematics*
© McGraw-Hill Book Co., Nueva York

D. R. © 1949, Fondo de Cultura Económica
Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14738 Ciudad de México



www.fondodeculturaeconomica.com

Comentarios:

editorial@fondodeculturaeconomica.com

Tel. (55) 5227-4672

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, sea cual fuere el medio. Todos los contenidos que se incluyen tales como características tipográficas y de diagramación, textos, gráficos, logotipos, iconos, imágenes, etc. son propiedad exclusiva del Fondo de Cultura Económica y están protegidos por las leyes mexicana e internacionales del copyright o derecho de autor.

ISBN 978-607-16-3465-8 (ePub)

Hecho en México - *Made in Mexico*

ADVERTENCIA

Hace ya muchos años se agotó la edición en español de la presente obra (FCE, 1949); durante este tiempo, para los que nos encontrábamos formándonos en la universidad y teníamos interés en tener un panorama más amplio de las matemáticas, conseguir un ejemplar prestado (así como el devolverlo) era prácticamente imposible y, cuando lo hacíamos, devorábamos las páginas una tras otra. Las anécdotas y comentarios nos parecían tan interesantes y amenos, que muchas veces nos olvidábamos de que no entendíamos cabalmente ni los conceptos ni las ideas matemáticas de los que allí se hablaba. Su lectura permitía ubicarnos en los temas que empezábamos a estudiar, haciéndonos ver que tenían ligas con otros que ya conocíamos, o con los que en poco tiempo estaríamos en contacto y de los cuales oíamos hablar a los compañeros de años superiores en forma por demás misteriosa y, sobre todo, nos transmitía la convicción de que las matemáticas estaban vivas y en pleno desarrollo.

Cuando me enteré de que el Fondo estaba planeando una reedición, empecé a leer la obra con cierto recelo, pues tenía el temor de que el buen recuerdo, que por tantos años de ella había guardado, se desvaneciese. Afortunadamente no fue así, aunque debo admitir que el tiempo me había hecho atribuirle cualidades y propósitos que, como el mismo autor expone en su prefacio, no tiene. Además de que en muchos casos el autor prefiere exponernos la tradición popular o su interpretación personal, en lugar de las conclusiones a que lleva el análisis histórico, su intención no es la de brindarnos una historia de las matemáticas en el sentido usual, sino describir los episodios más sobresalientes de las grandes corrientes matemáticas desde sus inicios hasta nuestros días (1945 con más precisión). Por supuesto, estas descripciones no dejan de usar tecnicismos y tienen distintos niveles de comprensión, algunas le parecerán ininteligibles al neófito o triviales al especialista; además, la formación y los gustos personales del autor impiden

que todas ellas tengan la misma profundidad y calidad pero sin lugar a dudas el resultado global es excelente y sólo se explica con la ayuda y consejo de numerosos especialistas.

Su lectura agradará a cualquier persona interesada en las matemáticas y en particular será de gran utilidad para maestros y profesores.

Ojalá el autor todavía se encontrase entre nosotros y tuviéramos la oportunidad de tener en nuestras manos una nueva edición con sus comentarios e interpretaciones de lo que ha sucedido en matemáticas en estos últimos 40 años. Desafortunadamente, para el público no especializado muy poco se ha escrito en esta dirección.

JUAN JOSÉ RIVAUD
Departamento de Matemáticas
CIEA del IPN

INTRODUCCIÓN

Hace cerca de 50 años, un crítico norteamericano, revisando el primer volumen (1888) de la *Theorie der Transformationsgruppen*, de Lie, fijó su criterio (y el nuestro) en la siguiente observación:

Probablemente no hay ciencia como las matemáticas que presente tan distinta apariencia a los ojos de quien las cultiva que a los de quien no las cultiva. Para [este último] es antigua, venerable y completa; un cuerpo de razonamiento árido, irrefutable y lúcido. En cambio, para el matemático su ciencia está todavía en el purpúreo florecimiento de la juventud vigorosa, extendiéndose por doquier tras lo "asequible pero no logrado", y traspasada de la excitación de los pensamientos nacientes; su lógica, acosada de ambigüedades, y sus procesos analíticos, como el camino de Bunyan, discurren entre terreno fangoso, de un lado, y del otro un profundo canal, y se ramifican en múltiples veredas que van todas a dar a un yermo.

Cuando nos aventuramos más allá de los rudimentos, podemos admitir que los que cultivan las matemáticas tienen cosas más interesantes que decir que los que se limitan a venerarlas. De acuerdo con esto, seguiremos a los cultivadores en sus exploraciones de este camino de Bunyan a través del desarrollo de las matemáticas. Si a veces no tenemos ojos para el florecimiento purpúreo, es porque necesitamos todas nuestras facultades para no caer en el canal ni extraviarnos por un desierto de trivialidades, acaso equivocadas para las matemáticas o para su historia. Y dejaremos a los aficionados a antigüedades la tarea difícil y delicada de restaurar las rosas de las mejillas de las momias matemáticas.

El curso escogido en los siguientes capítulos lo determinaron dos factores. El primero fue la petición de muchos, principalmente estudiantes y maestros, para que hiciera una amplia información del desarrollo general de las matemáticas, con una referencia particular a los principales conceptos y métodos que en cierta medida han sobrevivido. El segundo, una convivencia personal por varios años con matemáticos creadores, tanto de matemática pura como aplicada.

No se deseaba una historia al modo tradicional, sino una historia narrativa de las épocas decisivas en el desarrollo de las matemáticas. Una gran mayoría solicitó sugerencias técnicas, sin demasiados detalles, ya que ciertas cosas siguen interesando a los matemáticos tecnólogos y científicos, en tanto que otras son ignoradas o desplazadas porque se considera que ya no son vitales. Muchos que proyectaban terminar su educación matemática con el cálculo, y en ciertos casos antes, desearon que se les mostrara algo del desarrollo de las matemáticas más allá del pensamiento del siglo XVII, como parte de una educación civilizada.

Los que pretendían continuar el estudio de las matemáticas o de una ciencia tecnológica también solicitaron un amplio tratamiento general con sugerencias técnicas. Éstos dieron dos razones adicionales, la segunda de interés particular para todo el que profese el magisterio. Estimaron que una visión de las principales direcciones en que se desarrollaron las matemáticas actuales podría ayudarles a decidir más inteligentemente el terreno particular de las matemáticas, si es que hubiera alguno, en que pudieran ellos encontrar una satisfacción duradera.

La segunda razón es característica de una generación que ha crecido más bien cansada de que se le diga lo que tiene que pensar y a quién tiene que respetar. Estos juveniles y cándidos críticos de sus supuestos educadores que esperaron que una inspección personal precipitada de la tierra prometida, aun a gran distancia, les permitiría resistir los halagos de "subdivisores" persuasivos empeñados en ven-

der sus propios discursos a los inexpertos. Parécenos haber avanzado un largo camino desde 1873, cuando ese erudito historiador inglés de las matemáticas, infatigable fabricante de libros de texto escolares, más secos que el polvo, Isaac Todhunter (1820-1884), aconsejó una humilde docilidad, sostenida por una ferviente credulidad, como camino a la rectitud intelectual:

Si él [un estudiante de matemáticas] no se cree lo que le dice su preceptor, probablemente [en la época de Todhunter, en Cambridge] un clérigo de conocimientos maduros, reconocida aptitud y carácter intachable —su suposición carece de fundamento y pone de manifiesto una deficiencia en su capacidad de apreciar una prueba, deficiencia fatal para su éxito en esa rama de la ciencia que suponemos que cultiva.

Sea cual fuere la prudencia de la admonición de Todhunter, es sorprendente el gran número de estudiantes que se dedican a un trabajo serio, en matemáticas o en sus aplicaciones, que no tienen ni una vaga idea del camino real, de las trampas y de los callejones sin salida que les acechan. En consecuencia, es la cosa más fácil del mundo para un profesor entusiasta, “de conocimientos maduros, reconocida aptitud y carácter intachable”, vender a sus despistados alumnos una materia muerta ya desde hace 40 o 100 años, con la ilusión sincera de estar disciplinando sus mentes. Sólo con una breve ojeada a lo que son las matemáticas en el siglo XX —no 2100 años a. C.—, cualquier estudiante de inteligencia normal podría ser capaz de distinguir entre una instrucción viva y la matemática muerta. Es seguro que tendrá menos probabilidad que su fiel compañero de ahogarse en el canal o de perecer en el yermo.

Muchos querrían saber la influencia social de las matemáticas. Una táctica clásica en matemáticas es la reducción de un problema no resuelto a otro ya resuelto. Probablemente más de la mitad del problema “matemáticas y sociedad” es reducible al de “ciencia física y sociedad”. No ha-

biendo hasta ahora una solución ampliamente aceptada de este último problema, dejaremos el anterior en la reducción indicada. Así, cualquiera será capaz de alcanzar sus propias conclusiones sacándolas de la solución del problema científico que admita. Las soluciones propuestas van desde el realismo platónico, en un extremo, al determinismo marxista en el otro.

Observaciones de pasada pueden sugerir la conveniencia de una investigación acerca de la cuestión, no menos dificultosa, de qué papel ha desempeñado la civilización, con sus neurosis, guerras y celos nacionales, en las matemáticas. Tales aspectos pueden ofrecer interés para los que intenten hacer de las matemáticas su medio de vida. Por cierto que, en esta ocasión, me pidieron que escribiera para adultos. La edad cronológica no es necesariamente una medida de la madurez; un estudiante de primer año de la universidad puede ser menos infantil en cualquier cosa que no sea matemáticas que el distinguido profesor que le instruye.

Los temas seleccionados para su desarrollo fueron escogidos después de una consulta con gran cantidad de profesionales, los cuales conocen por una dura experiencia personal lo que significa una invención matemática. Siguiendo sus consejos, de los pasados 6 000 años *sólo se consideran las tendencias principales* y aun éstas se presentan *sólo a través de episodios típicos de máxima importancia en cada caso*. Como cualquier matemático podría figurarse, las conclusiones que se sacan siguiendo tales consejos tienen que diferir, a veces, de las consagradas por la tradición puramente histórica. Cuando esto ocurra, las referencias a otras versiones ayudarán a que el lector se forme su opinión. Nada hay absoluto (fuera, acaso, de esta afirmación) en matemáticas o en su historia.

La mayor parte de las diferencias no es sino reflejo de dos posibles y a veces divergentes estudios de la evolución matemática. Cualquiera que haya intentado hacer progresar a las matemáticas propende a ser más escéptico que el espectador medio respecto de cualquier pretendida antici-

pación de un avance notable. Por su mayor experiencia y por la de otros, todavía vivos, el matemático profesional sospecha que lo que parece una anticipación, después de haber hecho el avance, ni siquiera apuntaba en la dirección debida. Y por un cúmulo de ejemplos, sabe que, cuando el progreso se pone realmente en marcha, sigue caminos totalmente diferentes de los que el pasado imaginara.

Por otra parte, nada más fácil que ajustar una engañosa curva suave a las discontinuidades de la invención matemática. Todo aparece entonces como en una ordenada progresión que marcha desde Egipto, 4000 a. C., y Babilonia, 2000 a. C., a Gotinga, 1934, y los Estados Unidos, 1945, con un Cavalieri, por ejemplo, que apenas se diferencia de Newton en las proximidades del cálculo, o un Lagrange, a quien le pasa lo mismo con Fourier en las series trigonométricas, o un Bhaskara respecto de Lagrange en los campos de la ecuación de Fermat. Historiadores profesionales pueden, a veces, inclinarse a exagerar la suavidad de la curva; matemáticos profesionales, que tienen bien presente la parte dominante que desempeñan en geometría las singularidades de las curvas, prestan atención a las discontinuidades. Éste es el origen de la mayor parte de las diferencias de opinión entre la mayoría de los que cultivan la matemática y la mayoría de los que no la cultivan. Y nada tiene de desastroso que haya tales diferencias. Disentir es siempre saludable.

No necesito excusarme por los miles de matemáticos muertos y vivos cuyos nombres no se mencionan en este libro. Sólo un catálogo vacío podría haber citado una docena de entre los creadores en matemáticas. Ni teniendo en cuenta que cada año se publican 4 000 o 5 000 memorias y libros consagrados a la investigación matemática —a la creación de nuevas matemáticas—, pretendemos reducir notablemente la omisión de ciertos temas que han interesado, o que pueden todavía interesar, a centenares de entre estos miles de no nombrados. Sin embargo, no se omite nada de lo que un suficiente número de hombres competentes considera vital. Quien desee seguir la historia deta-

llada de ciertos desarrollos mayores encontrará las historias técnicas de temas especiales escritas por matemáticos para matemáticos, excesivas para un principiante. Algunas de estas historias estrictamente técnicas ocupan cientos de páginas, otras, millares de ellas; se ocupan del trabajo de miles de hombres, la mayoría olvidada por completo. Pero, al igual que las pequeñas criaturas cuyas huecas armazones sobreviven en la mole de un arrecife de coral, que puede hacer naufragar a un barco de guerra, esta multitud de matemáticos rigurosamente anónimos ha dejado algo en el edificio de las matemáticas más durable que sus propias breves y vulgares vidas.

Por lo que se refiere a la confección mecánica del libro, las notas han sido reducidas a un mínimo por el simple expediente de rechazar centenares de ellas. Algunas tienen el propósito de ampliar la información sobre temas importantes, remitiendo a trabajos de matemáticos creadores. En igualdad de circunstancias, se da preferencia a trabajos que contienen bibliografías extensas recopiladas por expertos que tienen conocimiento de primera mano de los asuntos de que se trate. *Un número escrito en el ángulo superior derecho de la palabra indica una llamada a una nota; todas se hallan reunidas, para facilitar la referencia, justamente antes del índice. Deberán ser pasadas por alto mientras no se repase algún punto.*

El índice será de mucha ayuda. Las iniciales y fechas de autores (excepto muy pocos, imposibles de hallar sin una desmedida labor), rara vez repetidas en el texto, aparecen en el índice; las referencias a definiciones, etc., se suprimen también por los mismos motivos.

Las nacionalidades están consignadas; si más de un país pretende apropiarse un nombre, está anotado el lugar en que desarrolló la mayor parte de su labor. En cierta ocasión (*Men of mathematics*, Simon & Schuster, Nueva York, 1937) casi provoqué un incidente internacional por llamar ruso a un polaco. Confío en que aquí habrá pocas de estas desastrosas equivocaciones. El citado libro contiene biografías

completas de aproximadamente 35 grandes matemáticos del pasado.

Las fechas señaladas en el texto para acontecimientos matemáticos sirven a dos propósitos, el primero de los cuales es obvio. El segundo es para evitar referencias prolijas. La fecha, si es posterior a 1636 y anterior a 1868, facilitará usualmente, a cualquiera que esté seriamente interesado, a localizar la materia concerniente en la colección de obras del autor citado; si es posterior a 1867, se pueda conseguir o no la colección de obras en el *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, se hallará una referencia exacta con una reseña concisa de la obra. Para el periodo que comienza en 1931, sirve al mismo propósito el *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete*. La estadounidense *Mathematical Review*, 1940, ofrece el mismo carácter general que las referidas revistas alemanas. No se citan, a pesar de que fueron consultados frecuentemente, los volúmenes de revistas anteriores, relativamente raros, que podrían encontrarse solamente en bibliotecas especializadas. La omisión se puede compensar en parte acudiendo a las enciclopedias matemáticas alemanas y francesas señaladas en las notas. En lugares oportunos se señalan otras fuentes para años anteriores a 1637.

En el periodo anterior a 1637 se han utilizado para algunas materias las obras de historiadores profesionales de las matemáticas, sobre las cuales están más o menos de acuerdo. Para ellos fue una indagación difícil y escrupulosa; y si controversias sobre el *trivia* de las matemáticas, de un interés menor para el estudiante o el profesional, absorbe una parte considerable de sus energías, el residuo de hechos claramente seguros justifica, sin duda, el desmedido costo por obtenerlo. Sin las labores fervorosas de estos eruditos, los matemáticos no habrían sabido gran cosa y se hubieran percatado tardíamente de los primeros pasos titubeantes de su ciencia. Ya sé que un eminente analítico francés del siglo XX declaró que, aparte de un par de colegas, nadie tenía el más leve interés en la historia de las matemáticas, tal

como la concebían los historiadores. Amplió su declaración observando que la única historia de las matemáticas que tiene algún sentido para un matemático son los miles de escritos técnicos con que tropieza uno al repasar las revistas dedicadas exclusivamente a la investigación matemática. Éstos, afirmó, constituyen la verdadera historia de las matemáticas, la única que es posible escribir y que puede ser útil. Por fortuna, no he tratado de escribir una historia "formal" de las matemáticas; sólo espero animar a alguno a que lo haga y vea por sí mismo si el matemático francés tenía razón.

En las referencias puramente históricas se ha dado preferencia a obras en francés, inglés o alemán, pues son los idiomas que por lo general pueden leer los que están interesados en matemáticas. Los que tengan un interés especial por la geometría, necesitan también el italiano. Las obras italianas figuran en la bibliografía de las historias señaladas.

Estoy agradecido a varios colegas que me aconsejaron en sus respectivas especialidades, y cuya ayuda generosa he tratado de traspasar a otros. Gracias especiales se deben al profesor W. H. Gage, que aclaró ciertos pasajes oscuros y mejoró mucho algunas de las exposiciones.

Esta obra me ha ofrecido una oportunidad para apartarme un poco del camino trillado y mostrar al lector general de dónde salieron las matemáticas que le son familiares y hacia dónde se encaminan. Confío en que los estudiantes tolerarán que me aparte del libro de texto tradicional. Algo, siquiera, habrá de agradecerme el más sensible: sólo un maestro muy ingenioso podría poner un examen a base del libro.

Por desgracia ha sido necesario, al escribir el libro, considerar muchas cosas además de las obras maestras de los matemáticos. Después de una convivencia prolongada y no siempre agradable con obras de historiadores discrepantes, de eruditos pedantes y de matemáticos litigiosos, que con frecuencia se contradicen acaloradamente o se insultan a placer, trasmíto, por lo que valga, lo que he aprendido a